独占モデル vs 競争モデル

みたむら

October 9, 2026

Contents

1 概要 **2**

2 モデル **2**

3 利潤最大化問題 **3**

3.1 市場に競争がある場合 3

3.2 独占市場の場合 4

4 独占の有無が生む違い **5**

5 おまけ：垂直統合が存在する場合 **6**

1　概要

お疲れ様です。みたむらです。先日のゲーム理論ゼミにて部品メーカーと最終財メーカーが存在する場合の利潤最大化問題を考えました。その際、「独占が存在する場合」と「競争が存在する場合」で結果が異なることを確認しましたが、これらの本質的な違いがなんなのかというのが疑問として残っていたように思います。そこで、件の PDF の曖昧な記述を数学的に厳密化することでその違いを整理します。（おそらくは両者の本質的な違いは「情報の共有度合い」にあるのではないかと思っているので、それについても述べます。）またおまけとして、「競争が存在する場合」と「垂直統合が存在する場合」で最適解が一致することを示します。なお、間違っていたら申し訳ないです。あらかじめ謝っておきます。

2　モデル

まず、資料で与えられているモデル（Figure1）を再考します。今 Figure1を見ると、最終財メーカーにおいて $y = x$ が仮定されてしまっていることがわかると思います。

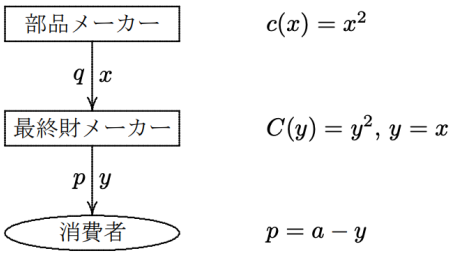


Figure1: 資料のモデル

もちろん最終的には生産量と部品の量は一致しなければいけないので $y = x$ は達成されなければいけないのですが、この $y = x$ がどのように達成されるか（市場で需給の一致を満たすように達成されるのか、独占によって強制的に達成されるのか）が問題になっている二つの状況の本質的な違いなので、これはもっと慎重に扱わなければいけません。

そこで、Figure2のような修正されたモデルを考えます。

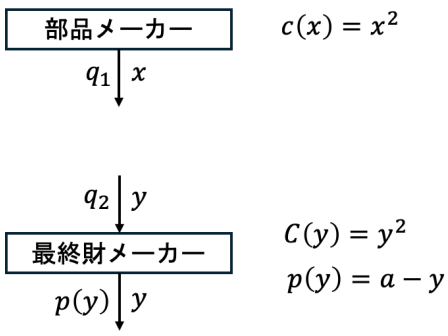


Figure2: 修正されたモデル

本質的には Figure1のモデルと変わりませんが、このモデルでは部品メーカーの部品提供価格及び提供量 (q_1, x) と、最終財メーカーによる部品購入価格及び購入量 (q_2, y) が一旦別のものとして扱われています。最終的に $q_1 = q_2$ 及び $x = y$ が達成されなければ部品の取引は成立しないので最終的にはこれらは等しくなりますが、等号の達成が競争市

場で行われるか独占市場で行われるかによって結果が異なってくる以上、まずはこれらを分けることが必要だと思われます。

その上で、部品メーカー及び最終財メーカーの利潤は次のように表されます。

$$\begin{aligned} \text{部品メーカー} \quad &: \quad \pi(x, q_1) = q_1 x - c(x) \qquad (1) \\ \text{最終財メーカー} \quad &: \quad \Pi(y, q_2) = p(y)y - C(y) - q_2 y \qquad (2) \end{aligned}$$

3 利潤最大化問題

3.1 市場に競争がある場合

PDF とは順番が逆になってしまいますが、まずは部品メーカーが複数存在し部品市場に競争が存在する場合を考えます。この場合、最終的な生産量 y^* は次のように決定されます。

1. 個別最適化による価格表の決定：

   部品メーカー及び最終財メーカーのそれぞれが、利潤を最大化するような購入（or 販売）価格 vs 数量の関係を算出します。例えば部品メーカーの場合、販売価格 q_1 を固定した下で利潤を最大化するような x^* を求めます。

$$x^*(q_1) = \arg\max_x \pi(x, q_1) \qquad (3)$$

   こうして得られた $x^*(q_1)$ は、「販売価格が q_1 の時にどのくらいの数量 x だけ部品を生産すれば利益が最大化されるか」を表します。よってこれを整理して、$q_1 = q_1(x^*)$ を決定します。（資料のモデルでは $q_1 = 2x^*$ に相当します。）これは「利潤が最大化される q_1, x の関係」を表します。

   同様に、

$$y^*(q_2) = \arg\max_y \Pi(y, q_2) \qquad (4)$$

   を求め、整理することで $q_2 = q_2(y^*)$ を算出します。これは最終財メーカーにとっての「利潤が最大化される q_2, y の関係」を表します。

   こうして $q_1(x^*)$ 及び $q_2(y^*)$ が得られるわけですが、これらは「利潤を最大化させるためにはこの価格で売りたい（買いたい）」ということを表したいわゆる価格表に当たります。（あるいは需要（供給）曲線に当たるでしょうか。ここら辺はより厳密な呼び方がある気はします。）

2. 市場における需給の均衡による取引の成立：

   さて、部品メーカー及び最終財メーカーの「価格表」が算出できたら、次はこれらを市場で突き合わせて両者の合意が得られる取引価格及び数量 (q, y) を決定します。すなわち、需給曲線が交わる点を取引価格及び数量と考えるわけです。（部品メーカーが複数存在している場合という状況を、「供給曲線 $q_1 = q_1(x^*)$ 上の任意の点で、その (q_1, x^*) での取引に合意するような部品メーカーが少なくとも一つ以上存在している」と読み替えれば、このような「需給曲線が交わる点における取引」の成立が保証されます。）

   数学的には、次の連立方程式を解くことに相当します。

$$\begin{cases} q_1 = q_1(x^*) \\ q_2 = q_2(y^*) \\ q_1 = q_2 \\ x^* = y^* \end{cases} \qquad (5)$$

こうして最終的な生産量 y^* が決定されるわけです。

この手順を、今回のモデルに適用してみます。まず、部品メーカーと最終財メーカーそれぞれにおいて最適化が行われ需要（供給）曲線が決定されます。すなわち、

$$x^*(q_1) = \arg\max_x \pi(x, q_1) \quad \rightsquigarrow \quad q_1 - c'(x^*) = 0 \quad \rightsquigarrow \quad q_1 = c'(x^*) \tag{6}$$

$$y^*(q_2) = \arg\max_y \Pi(y, q_2) \quad \rightsquigarrow \quad p'(y^*)y^* + p(y^*) - C'(y^*) - q_2 = 0 \quad \rightsquigarrow \quad q_2 = p'(y^*)y^* + p(y^*) - C'(y^*) \tag{7}$$

となります。そうしたら、市場において需給が一致するように取引価格及び数量が決定されます。

$$\begin{cases} q_1 = c'(x^*) \\ q_2 = p'(y^*)y^* + p(y^*) - C'(y^*) \\ q_1 = q_2 \\ x^* = y^* \end{cases} \tag{8}$$

よって最終的に解くべき方程式は次のようになります。

$$p'(y^*)y^* + p(y^*) - C'(y^*) - c'(y^*) = 0 \tag{9}$$

特に今回の $c(x) = x^2, C(y) = y^2, p(y) = a - y$ の場合は $y^* = a/6$ となります。

3.2 独占市場の場合

次に、部品メーカーが一つしか存在せず部品市場が独占状態となっている場合を考えます。ただこれは個人的にこのモデルを定式化していて思ったことなのですが、この場合は「部品メーカーが市場を独占している」というより、「市場が存在せず最終財メーカーが独断で部品の購入数量を決定できる」と言った方が正しい気がします。まあそんなわけで、この場合において最終的な生産量 y^* がどのように決定されるか見ていきましょう。

1. 部品メーカーのみが最適化により価格表を作成し、最終財メーカーに提出：

   まず、部品メーカーのみが「利潤を最大化するような販売価格 vs 数量の関係」を算出します。すなわち販売価格 q_1 を固定した下で利潤を最大化するような x^* を求めます。

   $$x^*(q_1) = \arg\max_x \pi(x, q_1) \tag{10}$$

   先と同様、この $x^*(q_1)$ は「販売価格が q_1 の時にどのくらいの数量 x だけ部品を生産すれば利益が最大化されるか」を表します。その上でやはり、これを整理して $q_1 = q_1(x^*)$（部品メーカーにとって利潤が最大化される q_1, x の関係）を算出します。これは部品メーカーからしてみれば、「この数量ならこの価格で売りたいンゴ」という「価格表」に当たるわけです。

   こうして価格表が決定されたら、部品メーカーはこれを最終財メーカーに提出します。これが先の「市場が存在する場合」との大きな違いです。市場が存在する場合は部品メーカーと最終財メーカーそれぞれが価格表（需要・供給曲線）を提出し、市場でそれらを突き合わせて販売価格・数量を決定していたわけです。しかし今回は市場が存在していないので、最終財メーカーは部品メーカーから提出された価格表を見ながら「これだけ買いたい」というのを決定することができます。(すなわち最終財メーカー側は価格表にあたるものを策定する必要がないのです。)

2. 最終財メーカーが部品メーカー側から提出された価格表を参考に、利潤を最大化するよう購入量を決定：

   先に述べたように今回は市場が存在しないので、両者の価格表を突き合わせて売買価格及び数量を決定すると

言ったことはしません。その代わり、最終財メーカーが買いたいだけの数量 y だけ部品を買うことができます。ただしその際の価格は部品メーカーが提出した価格表に従い、$q_2 = q_1(y)$ となります。

であれば、最終財メーカーはこの価格表を織り込んで最適化してしまえばいいわけです。すなわち利潤関数は次のように修正されます。

$$\begin{aligned} &\Pi(y, q_2) = p(y)y - C(y) - q_2 y \\ \rightsquigarrow\ &\tilde{\Pi}(y) = p(y)y - C(y) - q_1(y)y \end{aligned} \tag{11}$$

よって最終生産量は

$$y^* = \arg\max_y \tilde{\Pi}(y) \tag{12}$$

によって計算されます。

この手続きを今回のモデルに適用してみます。まず、部品メーカーが最適化によって供給曲線を決定します。

$$x^*(q_1) = \arg\max_x \pi(x, q_1) \quad \rightsquigarrow \quad q_1 - c'(x^*) = 0 \quad \rightsquigarrow \quad q_1 = c'(x^*) \tag{13}$$

次に、最終財メーカーがこの価格表（供給曲線）を織り込んで利潤関数を修正します。

$$\begin{aligned} &\Pi(y, q_2) = p(y)y - C(y) - q_2 y \\ \rightsquigarrow\ &\tilde{\Pi}(y) = p(y)y - C(y) - c'(y)y \end{aligned} \tag{14}$$

そして、修正された利潤関数を最大化することで最終的な生産量 y^* が決定されます。すなわち $\tilde{\Pi}$ の微分が 0 となる条件を求めれば、最終的に解くべき方程式は次のようになります。

$$p'(y^*)y^* + p(y^*) - C'(y^*) - c'(y^*) - c''(y^*)y^* = 0 \tag{15}$$

市場が存在する場合と比べると、$-c''(y^*)y^*$ の項が余計に加わっていることがわかります。これにより最終的な生産量は減少し、資料のモデル（$c(x) = x^2, C(y) = y^2, p(y) = a - y$）の場合は $y^* = a/8$ となります。

4　独占の有無が生む違い

ここまでの考察をまとめると、競争がある場合と独占が起きている場合の違いは次のようになります。

- 競争がある場合はまず部品メーカーと最終財メーカーの双方が最適化により価格表を算定し、その後でそれらの価格表を市場で突き合わせて販売数量・価格を決定する。
- 独占市場になっている場合は部品メーカーのみが最適化により価格表を算定し、それを最終財メーカーに提出する。最終財メーカーはその価格表を織り込んで最適化を行うことで、最終生産量を決定する。

すなわち、市場が存在する場合には部品メーカーと最終財メーカーの双方から「価格表」という情報が提出されるのに対し、独占市場になっている場合は部品メーカーから最終財メーカーへの一方的な情報の共有に留まります。この「情報の共有度合い」が二つの場合の本質的な違いであり、独占市場となっている場合は情報が双方向に共有されないため最適化が十分に行われないのだと思われます。（Figure3参照。）（間違ってたらすいません。）（また、なぜ独占市場だと情報が双方向に共有されないのか、という疑問は残ります。これはよくわからないです正直。）

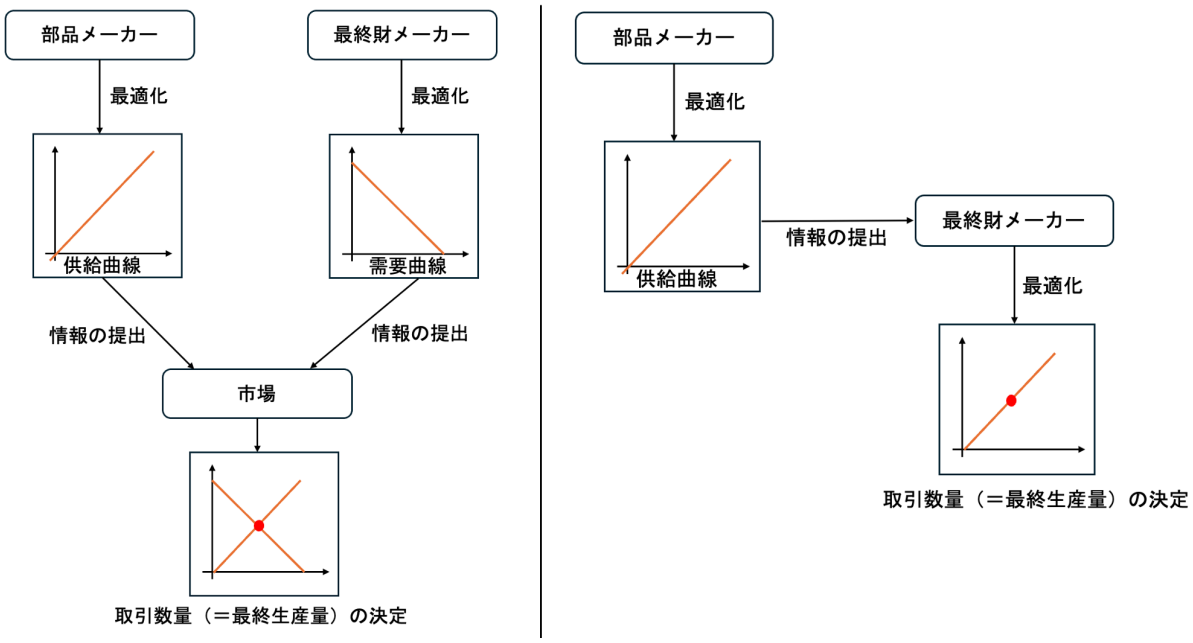


Figure3: 部品メーカーの競争が存在する場合（左）と、独占が起きている場合（右）の利潤最大化プロセスの比較。部品メーカーの競争が存在する場合は市場において双方向の情報の共有が行われるが、独占が起きている場合一方的な情報の共有しか行われない。

5　おまけ：垂直統合が存在する場合

垂直統合が存在する場合は、$q_1 = q_2, x = y$ がこの統制によって達成されることが保証される。よって $q_1 = q_2 = q, x = y$ としてそれぞれの利潤関数は

$$\text{部品メーカー} \quad : \quad \pi(y, q) = qy - c(y) \tag{16}$$
$$\text{最終財メーカー} \quad : \quad \Pi(y, q) = p(y)y - C(y) - qy \tag{17}$$

となります。その上で、全体の利潤最大化を考えるので、最終的な生産量 y^* は次のように決定されます。

$$y^* = \underset{y}{\operatorname{argmax}} \left(\pi(y, q) + \Pi(y, q)\right) \tag{18}$$

特に、

$$\pi(y, q) + \Pi(y, q) = qy - c(y) + p(y)y - C(y) - qy = p(y)y - C(y) - c(y) \tag{19}$$

となるので、最大化したい関数の q 依存性がなくなり、

$$y^* = \underset{y}{\operatorname{argmax}} \left(p(y)y - C(y) - c(y)\right) \tag{20}$$

となります。よって最終的に解くべき方程式は

$$p'(y^*)y^* + p(y^*) - C'(y^*) - c'(y^*) = 0 \tag{21}$$

となり、競争（市場）が存在する場合と等しくなります。これが「市場が存在する場合と垂直統合が存在する場合で最終生産量が等しくなる」という結果を生むことになります。（垂直統合があると市場がある場合と同様に双方向的な情報共有が行われるから、結果が同じになるのだろうか…？ここら辺も次回以降議論したい。）